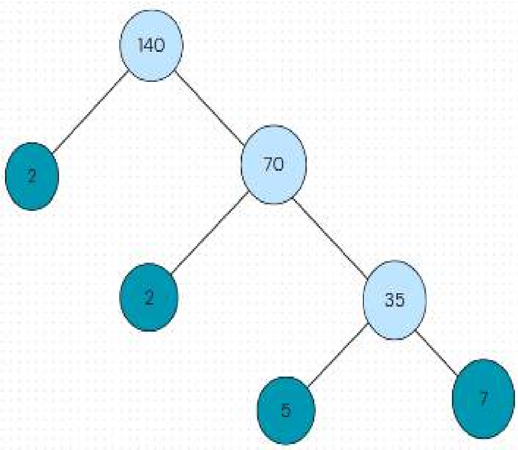
# प्रश्नावली 1.1

**1. निम्नलिखित संख्याओं को अभाज्य गुणनखंडों के गुणनफल के रूप में व्यक्त कीजिए:**

(i) 140

हल:



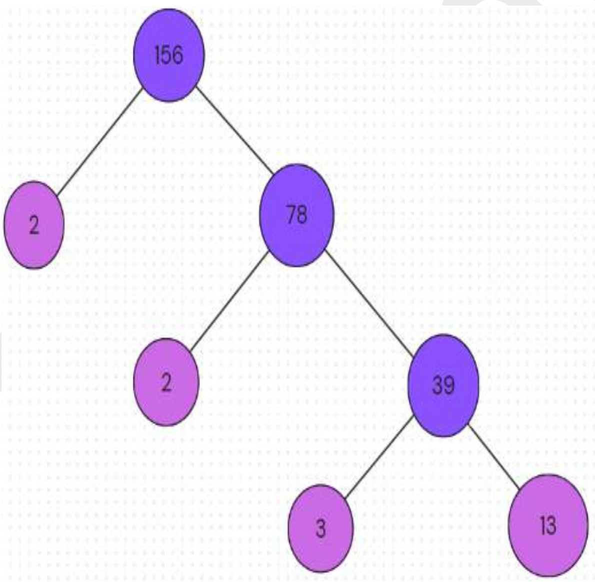

| | |
|---|---|
| 2 | 140 |
| 2 | 70 |
| 5 | 35 |
| 7 | 7 |
| | 1 |

$\therefore 140 = 2 \times 2 \times 5 \times 7$
$= 2^2 \times 5 \times 7$ Ans.

$\therefore 140 = 2 \times 2 \times 5 \times 7$
$= 2^2 \times 5 \times 7$ Ans.

(ii) 156

हल:



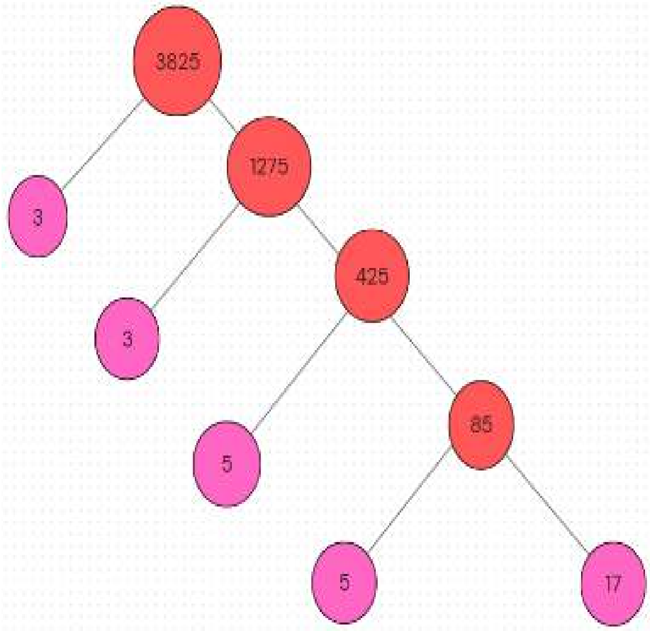

| | |
|---|---|
| 2 | 156 |
| 2 | 78 |
| 3 | 39 |
| 13 | 13 |
| | 1 |

$\therefore 156 = 2 \times 2 \times 3 \times 13$
$= 2^2 \times 3 \times 13$ Ans.

$\therefore 156 = 2 \times 2 \times 3 \times 13$
$= 2^2 \times 3 \times 13$ Ans.

(iii) 3825

हल:




$\therefore 3825 = 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 17$

$= 3^2 \times 5^2 \times 17$ उत्तर।

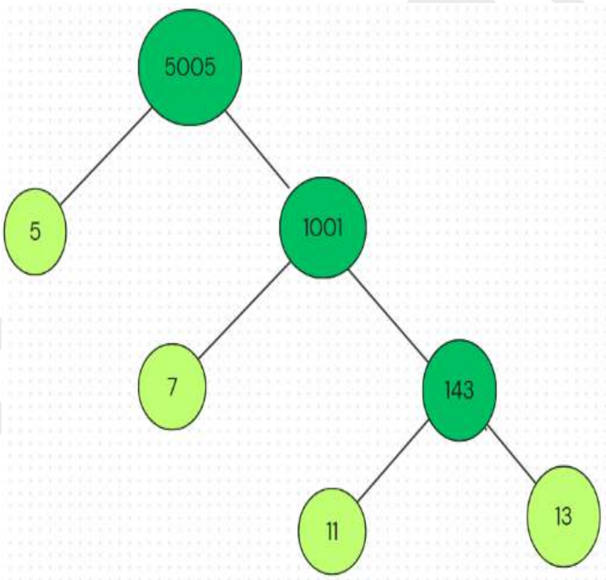
| | |
|---|---|
| 3 | 3825 |
| 3 | 1275 |
| 5 | 425 |
| 5 | 85 |
| 17 | 17 |
| | 1 |

$\therefore 3825 = 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 17$

$= 3^2 \times 5^2 \times 17$ उत्तर।

(iv) 5005

हल:



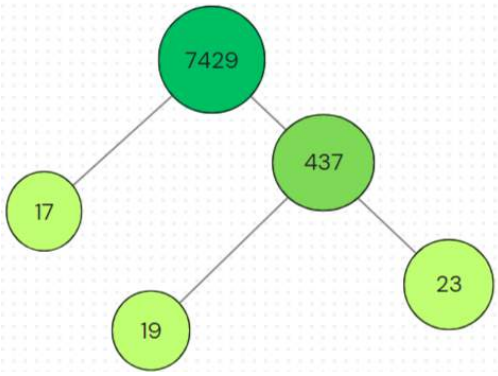

$\therefore 5005 = 5 \times 7 \times 11 \times 13$ Ans.

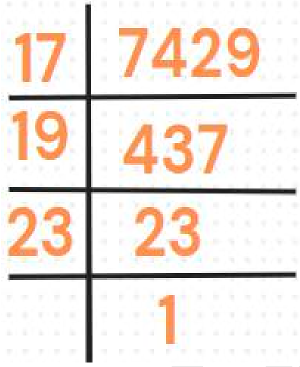
| | |
|---|---|
| 5 | 5005 |
| 7 | 1001 |
| 11 | 143 |
| 13 | 13 |
| | 1 |

$\therefore 5005 = 5 \times 7 \times 11 \times 13$ Ans.

(v) 7429

हल:




$\therefore 7429 = 17 \times 19 \times 23$ Ans.

$\therefore 7429 = 17 \times 19 \times 23$ Ans.

**2.** पूर्णांकों के निम्नलिखित युग्मों का HCF और LCM ज्ञात कीजिए और सत्यापित कीजिए कि दो संख्याओं का गुणनफल = LCM × HCF है।

(i) 26 और 91

हल: $26 = 2 \times 13$

$91 = 7 \times 13$

$\therefore$HCF = 13

तथा LCM $= 2 \times 7 \times 13$

$= 182$ Ans.

अब, LCM × HCF = दो संख्याओं का गुणनफल

$\Rightarrow 182 \times 13 = 26 \times 91$

$\Rightarrow 2366 = 2366$ सत्य है

$\therefore$ LCM × HCF = दो संख्याओं का गुणनफल। सत्यापित है।

वैकल्पिक तरीका: -

$26 = 2^1 \times 13^1$

$91 = 7^1 \times 13^1$

$\therefore$HCF = 13

और LCM $= 2^1 \times 7^1 \times 13^1$

$= 182$ Ans.

अब, LCM × HCF = दो संख्याओं का गुणनफल

$\Rightarrow 182 \times 13 = 26 \times 91$

$\Rightarrow 2366 = 2366$ सत्य है

$\therefore$ LCM × HCF = दो संख्याओं का गुणनफल। सत्यापित है।

(ii) 510 और 92

हल: $510 = 2 \times 3 \times 5 \times 17$

$92 = 2 \times 2 \times 23$

$\therefore$ HCF = 2

तथा LCM= $2 \times 3 \times 5 \times 17 \times 2 \times 23$

$= 23460$

अब, LCM × HCF = दो संख्याओं का गुणनफल

$\Rightarrow 23460 \times 2 = 510 \times 92$

$\Rightarrow 46920 = 46920$ सत्य है

$\therefore$ LCM × HCF = दो संख्याओं का गुणनफल। सत्यापित है।

वैकल्पिक तरीका: -

$510 = 2^1 \times 3^1 \times 5^1 \times 17^1$

और $92 = 2^2 \times 23^1$

$\therefore$ HCF = $2^1 = 2$

और LCM = $2^1 \times 7^1 \times 13^1$

= 182 Ans.

अब, LCM × HCF = दो संख्याओं का गुणनफल

$\Rightarrow 23460 \times 2 = 510 \times 92$

$\Rightarrow 46920 = 46920$ सत्य है

$\therefore$ LCM × HCF = दो संख्याओं का गुणनफल। सत्यापित है।

(iii) 336 और 54

हल: $336 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 7$

$4 = 2 \times 3 \times 3 \times 3$

$\therefore$ HCF = $2 \times 3$

$= 6$

और LCM= $2 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 3 \times 3$

$= 3024$

अब, LCM × HCF = दो संख्याओं का गुणनफल

$\Rightarrow 3024 \times 6 = 336 \times 54$

$\Rightarrow 18144 = 18144$ सत्य है

$\therefore$ LCM × HCF = दो संख्याओं का गुणनफल। सत्यापित है।

वैकल्पिक तरीका: -

$336 = 2^4 \times 3^1 \times 7^1$

और $54 = 2^1 \times 3^3$

$\therefore$ HCF $= 2^1 \times 3^1$
$= 6$

और LCM $= 2^4 \times 3^3 \times 7^1$
$= 16 \times 27 \times 7$
$= 3024$ Ans.

अब, LCM × HCF = दो संख्याओं का गुणनफल

$\Rightarrow 3024 \times 6 = 336 \times 54$

$\Rightarrow 18144 = 18144$ सत्य है

$\therefore$ LCM × HCF = दो संख्याओं का गुणनफल। सत्यापित है।

**3.** अभाज्य गुणनखंडन विधि का प्रयोग करके निम्नलिखित पूर्णांकों का LCM और HCF ज्ञात कीजिए।

(i) 12, 15 और 21

हल: $12 = 3 \times 2 \times 2$
$15 = 3 \times 5$
और $21 = 3 \times 7$

$\therefore$ HCF = 3

और LCM $= 3 \times 2 \times 2 \times 5 \times 7$
$= 420$

$\therefore$ LCM = 420 और HCF = 3 Ans.

वैकल्पिक तरीका: -

$12 = 3^1 \times 2^2$
$15 = 3^1 \times 5^1$
और $21 = 3^1 \times 7^1$

$\therefore$HCF $= 3^1 = 3$

तथा LCM $= 3^1 \times 2^2 \times 5^1 \times 7^1$
$= 3 \times 4 \times 5 \times 7$
$= 420$ Ans.

$\therefore$ LCM = 420 और HCF = 3 Ans.

(ii) 17, 23 और 29

हल: $17 = 1 \times 17$
$23 = 1 \times 23$
और $29 = 1 \times 29$

$\therefore$ HCF = 1

तथा LCM $= 17 \times 23 \times 29$
$= 11339$

∴ LCM= 11339 और HCF= 1 Ans.

वैकल्पिक तरीका: -

$17 = 1^1 \times 17^2$

$23 = 1^1 \times 23^1$

और $29 = 1^1 \times 29^1$

$\therefore HCF = 1^1 = 1$

और $LCM = 17^1 \times 23^1 \times 29^1$

$= 17 \times 23 \times 29$

$= 11339$ Ans.

∴ LCM = 11339 और HCF = 1 Ans.

(iii) 8, 9 और 25

हल: $8 = 1 \times 2 \times 2 \times 2$

$9 = 1 \times 3 \times 3$

और $25 = 1 \times 5 \times 5$

$\therefore HCF = 1$

तथा $LCM = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$

$= 1800$

∴ LCM = 1800 और HCF = 1 उत्तर।

वैकल्पिक तरीका: -

$8 = 1^1 \times 2^3$

$9 = 1^1 \times 3^2$

और $25 = 1^1 \times 5^2$

$\therefore HCF = 1^1 = 1$

तथा $LCM = 2^3 \times 3^2 \times 5^2$

$= 8 \times 9 \times 25$

$= 1800$ उत्तर।

∴ LCM = 1800 और HCF = 1 उत्तर।

**4.** दिया गया है कि HCF (306, 657) = 9, LCM (306, 657) ज्ञात कीजिए।

हल: दी गई संख्याएँ 306 और 657 हैं।

और HCF = 9

हम जानते हैं, LCM × HCF = दो संख्याओं का गुणनफल

$\Rightarrow LCM \times 9 = 306 \times 657$

$\Rightarrow LCM = \frac{306 \times 657}{9}$

∴ LCM= 22338. Ans.

**5.** जाँच कीजिए कि क्या किसी प्राकृत संख्या n के लिए $6^n$ अंक 0 पर समाप्त हो सकती है ।

हल: $6^n$ अंक 0 पर समाप्त हो सकती है यदि 5 और 2, 6 की अभाज्य संख्याएँ हो।

लेकिन 6 की अभाज्य संख्याएँ 2 और 3 हैं।

चूँकि 5, 6 का भाज्य नहीं है

∴ $6^n$ किसी भी प्राकृत संख्या n के लिए अंक 0 पर समाप्त नहीं हो सकती है ।

**6.** समझाइए कि 7 × 11 × 13 + 13 और 7 × 6 × 5 × 4 × 3 × 2 × 1 + 5 भाज्य संख्याएँ क्यों हैं।

हल: $7 \times 11 \times 13 + 13$
$= 13\,(7 \times 11 + 1)$
$= 13\,(77+ 1)$
$= 13 \times 78$
$= 13 \times 13 \times 3 \times 2$

इसके 2 से अधिक गुणनखंड हैं।

∴ यह एक भाज्य संख्या है।

(ii) $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 + 5$
$= 5\,(7 \times 6 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 + 1)$
$= 5(1008 + 1)$
$= 5 \times 1009$
$= 5 \times 1009 \times 1$

इसके 2 से अधिक गुणनखंड हैं।

∴ यह एक भाज्य संख्या है।

**7.** एक खेल के मैदान के चारों ओर एक वृत्ताकार पथ है। सोनिया को मैदान का एक चक्कर लगाने में 18 मिनट लगते हैं, जबकि रवि को उसी के लिए 12 मिनट लगते हैं। मान लीजिए कि वे दोनों एक ही बिंदु और एक ही समय पर चलना शुरू करते हैं और एक ही दिशा में चलते हैं। कितने मिनट बाद वे फिर से प्रारंभिक बिंदु पर मिलेंगे?

हल: सोनिया द्वारा एक चक्कर लगाने में लगा समय = 18 मिनट

तथा रवि द्वारा एक चक्कर लगाने में लगा समय = 12 मिनट

∴दोनों को दुबारा मिलने में लगने वाला समय

= 18 और 12 का लघुत्तम समापवर्त्य

= 36 मिनट

$18 = 2^1 \times 3^2$

$12 = 2^2 \times 3^1$

$\therefore \text{LCM} = 2^2 \times 3^2$
$= 4 \times 9$
$= 36$

∴ 36 मिनट के बाद वे फिर से प्रारंभिक बिंदु पर मिलेंगे। उत्तर ।

# प्रश्नावली 1.2

**1.** साबित करें कि $\sqrt{5}$ अपरिमेय संख्या है।

हल: माना $\sqrt{5}$ परिमेय है।

$\Rightarrow \sqrt{5} = \frac{p}{q}$, जहाँ p और q सह-अभाज्य पूर्णांक हैं।

$\Rightarrow q\sqrt{5} = p$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर,

$\Rightarrow q^2 5 = p^2$

$\Rightarrow p^2$, 5 से भाज्य है

$\Rightarrow p$ भी 5 से भाज्य है ………………… (i)

माना $p = 5m$

$\Rightarrow 5q^2 = 25m^2$

$\Rightarrow q^2 = 5m^2$

$\Rightarrow q^2$, 5 से भाज्य है

$\Rightarrow q$ भी 5 से भाज्य है …………………(ii)

(i) और (ii) से, हमारे पास है

p और q, 5 से भाज्य हैं

परंतु p और q सह-अभाज्य हैं।

जो कि एक विरोधाभास है।

∴ हमारा अनुमान गलत है।

∴ $\sqrt{5}$ अपरिमेय संख्या है। इति सिद्धम।

**2.** सिद्ध कीजिए कि 3 + 2$\sqrt{5}$ अपरिमेय है।

हल: माना 3 + 2 $\sqrt{5}$ परिमेय है।

$\Rightarrow 3 + 2\sqrt{5} = \frac{p}{q}$, जहाँ p और q सह-अभाज्य पूर्णांक हैं।

$\Rightarrow 2\sqrt{5} = \frac{p}{q} - 3$

$\Rightarrow \sqrt{5} = \frac{p-3q}{2q}$

यहाँ p और q पूर्णांक हैं, अतः $\frac{p-3q}{2q}$ परिमेय है

$\Rightarrow \sqrt{5}$ भी एक परिमेय है।

जो इस तथ्य का खंडन करता है कि $\sqrt{5}$ अपरिमेय संख्या है।

∴ हमारा अनुमान गलत है।

∴ $3 + 2\sqrt{5}$ अपरिमेय संख्या है। इति सिद्धम।

**3.** सिद्ध कीजिए कि निम्नलिखित अपरिमेय हैं:

(i) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

हल: माना $\frac{1}{\sqrt{2}}$ तर्कसंगत है।

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{p}{q}$, जहाँ p और q सह-अभाज्य पूर्णांक हैं।

$\Rightarrow \sqrt{2} = \frac{q}{p}$

यहाँ p और q पूर्णांक हैं, अतः $\frac{q}{p}$ परिमेय है

$\Rightarrow \sqrt{2}$ भी एक परिमेय है।

जो इस तथ्य का खंडन करता है कि $\sqrt{2}$ अपरिमेय संख्या है।

∴ हमारा अनुमान गलत है।

∴ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ अपरिमेय संख्या है। इति सिद्धम।

(ii) $7\sqrt{5}$

हल: माना 7 $\sqrt{5}$ तर्कसंगत है।

$\Rightarrow 7\sqrt{5} = \frac{p}{q}$, जहाँ p और q सह-अभाज्य पूर्णांक हैं।

$\Rightarrow \sqrt{5} = \frac{p}{7q}$

यहाँ p और q पूर्णांक हैं, अतः $\frac{p}{7q}$ परिमेय है

$\Rightarrow \sqrt{5}$ भी एक परिमेय है।

जो इस तथ्य का खंडन करता है कि $\sqrt{5}$ अपरिमेय संख्या है।

∴ हमारा अनुमान गलत है।

∴ $7\sqrt{5}$ अपरिमेय संख्या है। इति सिद्धम।

(iii) $6 + \sqrt{2}$

हल: माना $6 + \sqrt{2}$ परिमेय है।

$\Rightarrow 6 + \sqrt{2} = \frac{p}{q}$, जहाँ p और q सह-अभाज्य पूर्णांक हैं।

$\Rightarrow \sqrt{2} = \frac{p}{q} - 6$

$\Rightarrow \sqrt{2} = \frac{p - 6q}{q}$

यहाँ p और q पूर्णांक हैं, अतः $\frac{p-6q}{q}$ परिमेय है

$\Rightarrow \sqrt{2}$ भी एक परिमेय है।

जो इस तथ्य का खंडन करता है कि $\sqrt{2}$ अपरिमेय संख्या है।

∴ हमारा अनुमान गलत है।

∴ $6 + \sqrt{2}$ अपरिमेय संख्या है। इति सिद्धम।